UDC 519.217.4

Diffusive Markovskiye of Transformation in the Many-Sided Corner $(q+r)$ - Measured Space

[1] Tatyana A. Shornikova
[2] Ekaterina Y. Kalashnikova
[3] Gulsina I. Halitova

[1-3] PGTA, Russia
440605, Penza, travel Baydukova/Gagarin st., д. 1а/11
PhD (Technical), Associate professor
E-mail: shornikovat@mail.ru
[2] Student
[3] Student

Abstract. The objective of the research is to create the methods of controlling technical systems formed on the basis of diffusion Markov random processes.

Keywords: queuing system; flow of events; Markov random process; graph of system states.

Рассмотрим диффузионные процессы в случае, когда оцениваются вероятности исхода процесса, в котором участвуют q потоков одного вида и r потоков другого вида. В этом случае течение процесса описывается цепью Маркова с состояниями, расположенными внутри многогранного угла $(q+r)$ - мерного пространства.

Особенностью при переходе к диффузии в таких задачах является нелинейная замена переменных. Метод получения асимптотических формул для распределения вероятностей состоит в том, чтобы провести через начальную точку интегральную кривую и в пределе вдоль этой траектории отсчитывать время.

Численность потока первого вида в любой момент процесса есть m_1, а численность второго в текущий момент - $n_1,\ldots,n_r$. Тогда распределение потока первого вида задаётся матрицей

$$N=\begin{pmatrix} 0 & \lambda_1 & \lambda_2 & . & \lambda_r \\ \mu_1 & 0 & 0 & . & 0 \\ \mu_2 & 0 & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ \mu_r & 0 & 0 & . & 0 \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где λ_i – интенсивность i-го потока первого вида, μ_j – интенсивность j-го потока второго вида. Предполагается, что матрица N остаётся неизменной до полного исчезновения одного из участвующих в процессе $r+1$ потоков, т.е. до момента τ обращения в 0 какого-либо из чисел $m_1, n_1,\ldots,n_{r.}$. После момента τ процесс предполагается между оставшимися потоками уже с другой матрицей N.

Последовательность состояний

$$K_0, K_1, K_2, \ldots,$$

в которых в ходе процесса поочерёдно оказывается вектор

$$K=\begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \ldots \\ K_{r+1} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} m_1 \\ n_1 \\ \ldots \\ n_r \end{pmatrix},$$

составленный из численностей потоков, представляет собой цепь Маркова. Из состояния K со всеми положительными компонентами за один шаг возможен переход только в состояния

$$\begin{pmatrix} m_1-1 \\ n_1 \\ n_2 \\ \dots \\ n_r \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} m_1 \\ n_1-1 \\ n_2 \\ \dots \\ n_r \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} m_1 \\ n_1 \\ n_2-1 \\ \dots \\ n_r \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} m_1 \\ n_1 \\ n_2 \\ \dots \\ n_r-1 \end{pmatrix};$$

вектор

$$p = \begin{pmatrix} q_1 \\ p_1 \\ \dots \\ p_r \end{pmatrix},$$

составленный из вероятностей этих переходов, задаётся формулой

$$P = cN^*K,$$

где N^* – транспонированная матрица N, c – нормирующий коэффициент, обеспечивающий равенство

$$q + \sum_{i=1}^{r} p_i = 1.$$

Зная начальные значения $M_1, N_1, \dots, N_r$, строим распределение вероятностей вектора K в момент τ, когда впервые одна из величин $m_1, n_1, \dots, n_r$ обращается в 0.

За новые координаты, измеряющие отклонение точки $(m_1, n_1, \dots, n_r)$ от первоначальной средней траектории, следует взять произвольные постоянные.

Тогда r - мерный случайный вектор $\xi = (\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_k, \dots, \xi_r)(k \neq j)$, где ξ_k определены формулами

$$\begin{aligned} \xi_0 &= m^2_{\text{êîí .}} - n^2_{\text{êîí .}}, \\ \xi_k &= \lambda_j n_{k\,\text{êîí .}} - \lambda_k n_{j\,\text{êîí .}} (k = \overline{1,r} \quad k \neq j), \end{aligned} \tag{2}$$

и характеризует положение значений в момент τ, асимптотически при $M + N \to \infty$ имеет нормальное распределение с математическими ожиданиями

$$\begin{aligned} a_0 &= M^2 - N^2, \\ a_k &= \lambda_j N_k - \lambda_k N_j. \end{aligned} \qquad \left(k = \overline{1,r} \quad k \neq j\right) \tag{3}$$

В случае описания состояний процесса покупок и продаж вероятности перехода p_{ij} из состояния i в состояние j относим некоторую оценку r_{ij}. Переход от продажи пользующегося спросом товара к продаже неходового товара ведёт к некоторой потере, которую рассматриваем как оценку этой ситуации.

Осуществим расчёт дохода для случая нескольких переходов между состояниями.

Величина $v_i(n)$ – ожидаемый общий доход после n шагов, если процесс начался с состояния i. Его можно определить по рекуррентной формуле

$$v_i(n) = \sum_{j=1}^{N} p_{ij} \left[r_{ij} + v_i(n-1) \right], \; i = \overline{1, N}. \tag{4}$$

Отсюда следует, что общий ожидаемый доход зависит не только от матрицы оценок $[r_{ij}]$, но и от общего ожидаемого дохода $v_i(n-1)$ для числа шагов, меньшего на единицу.

В матричной форме доход запишется в виде

$$v(n) = q + Pv(n-1), \qquad (5)$$

где $v(n)-$ вектор общего ожидаемого дохода после n шагов, q – вектор $\sum_j p_{ij} r_{ij}$, P – матрица вероятностей перехода.

Предполагаем неизменность оценок переходов. Изменение оценок учитываем не в полной мере, а на основе умножения матрицы коэффициентов r_{ij} на некоторый коэффициент. Коэффициент $\beta < 1$ соответствует начальной величине дохода, который выплачивается в конце некоторого периода. Указанному коэффициенту соответствует норма процента i, так что $\beta = \dfrac{1}{1+i}$.

Если речь идёт об эффективности живого труда, то она может быть увеличена в результате повышения эффективности общественного труда. Применение коэффициента целесообразно там, где можно ожидать, что процесс окончится, но не известно точно, когда это произойдёт.

Результаты проведённого исследования подтвердили высокую эффективность применения метода стохастического моделирования в виде марковского диффузионного процесса при решении задач о количественных характеристиках процесса товарооборота.

Подход с позиции стохастического моделирования позволяет применить логические правила к решению следующих задач: расчёт минимального необходимого количества товара и покупательского спроса на него, оптимизация системы управления процессом товарооборота.

Предложенный метод моделирования процесса товарооборота однородным марковским процессом позволяет значительно упростить алгоритм решения экономических задач.

Предложенный алгоритм предельного перехода от дискретной цепи Маркова к непрерывному процессу диффузии при неограниченном увеличении исходных значений товара и покупательского спроса на него приводит к приемлемой асимптотической оценке, позволяющей значительно упростить решение задач.

Примечания:

1. Майн Х., Осаки С. Марковские процессы принятия решений. /Перевод с англ. М.: Наука, 1992.
2. Розанов Ю.А. Марковские случайные поля. М.: Наука, 1991.
3. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М., 1989.

УДК 519.217.4

Диффузионные Марковские преобразования внутри многогранного угла $(q+r)$-мерного пространства

[1] Татьяна Александровна Шорникова
[2] Екатерина Юрьевна Калашникова
[3] Гульсина Исмаиловна Халитова

[1-3] ПГТА, Россия
440605, Пенза, пр. Байдукова/ул. Гагарина, д. 1-а/11
Кандидат технических наук, доцент
E-mail: shornikovat@mail.ru
[2] Студент
[3] Студент

Аннотация. Целью исследования является построение методов управления техническими системами, в основе которых лежат диффузионные марковские случайные процессы.

Ключевые слова: система массового обслуживания; поток событий; марковский случайный процесс; граф состояний системы.