UDC 519.86

Borrowing Functions: Notion, Essence, Properties, Analytical Form

Nina B. Baeva

Voronezh State University, Russia
394693 Voronezh, Universitetskaya sq., 1
PhD (economy), Professor
E-mail: krovyakova@amm.vsu.ru

Abstract. The notion of borrowing function is introduced, its properties are studied and mathematical form is outlined.

Keywords: borrowing function; mean; analytical form; caliber function.

Для управления финансовым потоком в сфере заимствования может быть использована специально введенная функция заимствования.

Под функцией заимствования будем понимать отображение $g(K_a,r): G_a \times G_r \to I$, где G_a – множество возможных изменений активной части фондов K_a ($K_a = \chi K, K$ - стоимость основных фондов, χ – доля, характеризующая активную часть ($\chi \in [0,1]$)); G_r – множество изменений усредненной процентной ставки r; I – множество значений функции заимствования.

п.1. Свойства функции заимствования:

1) Данная функция задана на всей области определения;

2) непрерывно дифференцируема по аргументам K_a, r;

3) монотонно не убывает по аргументу K_a, т.е. $\frac{\partial g(K_a,r)}{\partial K_a} \geq 0$, поскольку чем больше величина активного капитала, тем величина выдаваемого кредита (значение функции заимствования) может быть больше;

4) монотонно не возрастает по аргументу r, т.е. $\frac{\partial g(K_a,r)}{\partial r} \leq 0$, поскольку чем больше процентная ставка по кредитам, тем величина взятого кредита (значение функции заимствования) будем меньше;

5) при отсутствии активного капитала, как правило, кредит может быть выдан под другие обязательства и поручительства, т.е. значение функции заимствования равно определенной константе:

$$g(0,r) = g_0;$$

6) функция заимствования является функцией с насыщением $g(K,r) = const$ при $K \to \infty$, $r \to 0$.

Данным свойствам удовлетворяет целый ряд функций. Примером одной из таких функций является функция вида :

$$g(K_a,r) = A(K_a)^{\alpha}\left(\frac{1}{r^{\beta}}\right)^{1-\alpha} \qquad (*)$$

Для функции (*) могут быть определены специально введенные характеристики функции заимствования: предельные и средние значения. Введем их определения и приведем свойства.

Определение 1. Дробь $\frac{g(K_a,r)}{K_a}$ называется средним значением функции заимствования (СЗФЗ) по параметру, характеризующему активную часть фондов, K_a.

Определение 2. Дробь $\frac{g(K_a,r)}{K_a}$ называется средним значением функции заимствования (СЗФЗ) по параметру, характеризующему усредненную процентную ставку, r .

Пусть $A_k = \frac{g(K_a,r)}{K_a}$, $A_r = \frac{g(K_a,r)}{r}$.

Определение 3. Первая частная производная функции заимствования по параметру K_a

$$M_{K_a} = \frac{\partial g(K_a,r)}{\partial K_a}$$

называется предельным значением функции заимствования (ПЗФЗ) по параметру, характеризующему активную часть фондов, K_a .

Определение 4. Первая частная производная функции заимствования по параметру, r .

$$M_r = \frac{\partial g\ (K_a\ ,r)}{\partial r}$$

называется предельным значением функции заимствования (ПЗФЗ) по параметру, характеризующему усредненную процентную ставку, r.

Здесь ПЗФЗ по параметру K_a (приближенно) показывает, на сколько единиц увеличится величина выдаваемого кредита, если величина активной части капитала возрастет на одну (достаточно малую) единицу при неизменном значении процентной ставки по кредиту. Аналогичную интерпретацию имеет ПЗФЗ по параметру r. ПЗФЗ по параметру r (приближенно) показывает, на сколько единиц можно увеличить величину кредита, если величина процентной ставки по кредиту уменьшится на одну (достаточно малую) единицу при неизменной активной части капитала фирмы.

Вычислим M_{K_a} и M_r для функции $g(K_a\ ,\ r)$

$$g\ (K_a\ ,r\ ) = A(K_a)^{\alpha}\ (\tfrac{1}{r^{\beta}})^{1-\alpha}\ . \qquad (**)$$

1) Среднее значение функции заимствования по параметру K_a :

$$\frac{g\ (K_a ,r)}{K_a} = \frac{A(K_a)^{\alpha}\ (\frac{1}{r^{\beta}})^{1-\alpha}}{K_a} = A(K_a)^{\alpha-1}\ (\tfrac{1}{r^{\beta}})^{1-\alpha}.$$

2) Среднее значение функции заимствования по параметру r :

$$\frac{g\ (K_a\ ,r)}{r} = \frac{A(K_a)^{\alpha}\ (\frac{1}{r^{\beta}})^{1-\alpha}}{r} = A(K_a)^{\alpha}\ r^{-\beta+\alpha\beta-1}\ .$$

3) Предельное значение функции заимствования по параметру K_a :

$$\frac{\partial g\ (K_a ,r)}{\partial K_a} = A\alpha(K_a)^{\alpha-1}\ (\tfrac{1}{r^{\beta}})^{1-\alpha}\ .$$

4) Предельное значение функции заимствования по параметру r :

$$\frac{\partial g\ (K_a ,r)}{\partial r} = A(K_a)^{\alpha}\ (r^{-\beta(1-\alpha)}\ )' = A\big(-\beta(1-\alpha)K_a^{\alpha}r^{\alpha\beta-\beta-1}\big) == A\beta(\alpha-1)K_a^{\alpha}r^{\alpha\beta-\beta-1}\ .$$

Следует отметить, что функция заимствования может быть построена, опираясь на статистику для отдельных классов фирм. Однако её можно построить и аналитически. Один из таких путей предлагается ниже.

В данной работе будем рассматривать функцию заимствования как произведение двух функций $f(K_q)$ и $\sigma(r)$:

$$g(K_a\ ,r) = f(K_a)\sigma(r)\ . \qquad (***)$$

Здесь $\sigma(r)$ - специально введенная калибровочная функция (показатель инвестиционной активности внешней среды, принимающий значения от 0 до 1), $f(K_a)$ - функция, характеризующая зависимость величины выдаваемого кредита от величины активной части капитала.

п.2. Построение аналитического вида функции заимствования

Рассмотрим свойства и аналитический вид функции ИАВС $\sigma(r)$.

Показатель инвестиционной активности внешней среды рассматриваемой фирмы

$$\sigma \in [\,\underline{\sigma},\ \bar{\sigma}\,] \subset [0,1]\,,$$

вообще говоря, зависит от множества как объективных факторов (средней величины процентной ставки банков по кредитам, объемов кредитных средств банков и т.д.), так и субъективных фактически не подчиняющихся численной оценке (активности управляющего, его профессионализма, интуиции и т.д.). Для оценки вводимой характеристики выберем дважды непрерывно дифференцируемую S-образную функцию $\sigma = \psi(r)$ с фиксированной точкой перегиба r^* - характеризующей нормативную учетную банковскую ставку по кредитам базового года, с первой ветвью выпуклой вниз и левой ветвью выпуклой вверх.

Значение $\bar{\sigma} = \sigma_{max} = \psi(\underline{r})$ определяет верхний порог инвестиционной активности внешней среды, где $\underline{r}$ - минимально возможная ставка по кредитам ; $r\ (r \in [\underline{r}\ ,\infty])$ - процентная ставка по кредитам. Отметим, что при

$$r \to \infty, \quad \sigma \to \underline{\sigma}\,,$$

где $\underline{\sigma}$ - минимально возможное значение инвестиционной активности внешней среды.

Существует множество представлений S-образной функции. Один из возможных видов следующий: $\sigma = f(r) = \frac{a}{ce^{-mr}+1} - d$, где $0 < m\,1,\ a > 0,\ c > 1$ и m, a, c, d - фиксированные параметры.

Рассмотрим теперь свойства и аналитический вид базовой функции заимствования $f(K_a)$.

а. $f(K_a)$ – функция, определенная на всей области определения $K_a \in G_a$ - непрерывно дифференцируема ;

б. $f(0) = f_0 = \chi_0$;

в. $f(K_a) = \infty$ если $K_a \to \infty$;

г. монотонно возрастает по аргументу K_a, т.е. $\frac{df}{dK_a} > 0 \quad \forall K_a \in G_a$.

Базовая функция заимствования достаточно хорошо представляется функциями роста, используемых для различных классов ситуаций. Можно выделить следующие виды функции: функция без предела роста, функция с пределом роста и точкой перегиба, наглядно представленные в табл. 1.

Таблица 1

Функции

Функции без предела роста	Линейная функция	$f(k) = a_0 + a_1 k$
	Парабола 2-го порядка	$f(k) = a_0 + a_1 k + a_2 k^2$
	Степенная функция	$f(k) = \exp(a_0)\, k^{a1}$
	Экспонента	$f(k) = \exp(a_0 + a_1 k)$
	Кинетическая кривая	$f(k) = \exp(a_0 + a_1 k)\, k^{a2}$
	Линейно-логарифмическая функция 1-го порядка	$f(k) = a_0 + a_1 lnk$
	Линейно-логарифмическая функция 2-го порядка	$f(k) = a_0 + a_1 lnk(1 + a_2 lnk$
Функции с пределом роста	Кривая Джонсона	$f(k) = \exp(a_0 + a_1/k)$
	Вторая функция Торнквиста	$f(k) = a_0$+k/(k+a_1)
	Модифицированная экспонента	$f(k) = a_0$-$a_1 \exp(-k)$
Функции с пределом роста и точкой перегиба	Кривая Гомперца	$f(k) = \exp(a_0 + a_1 \exp(k))$

Параметры функций могут быть содержательно интерпретированы. Так, параметр a_0 во всех функциях без предела роста задает начальные условия развития, а в функциях с пределом роста – их асимптоту, параметр a_1 – скорость или интенсивность развития, параметр a_0 – изменение скорости или интенсивности развития.

Способы отыскания этих параметров на основе кредитного поведения банков, а также направления использования функции заимствования предполагается рассмотреть в докладе.

УДК 519.86

Функции заимствования: понятие, сущность, свойства, аналитический вид

Нина Б. Баева

Воронежский государственный университет, Россия
394693, г. Воронеж, Университетская пл., 1
Кандидат экономических наук, профессор
E-mail: krovyakova@amm.vsu.ru

Аннотация. Введено понятие функции заимствования. Исследованы её свойства. Предложен путь отыскания её математического вида.

Ключевые слова: функция заимствования; среднее значение; аналитический вид; калибровочная функция.