

UDC 656.259

Informative Features of Rail Lines Conditions Mathematic Models Development

Evgeny M. Tarasov

Samara Academy of State and Municipal Management, Russia
96, st. Stara-Zagora, Samara, 443084
Dr. (technical), Professor
E-mail: smimnauka@yandex.ru

Abstract: The article is concerned with mathematic models of rail sensor circuit primary data development, concerning rail lines conditions, brings in mathematic models equations as conditions, defining rail lines input and output voltage and current and their phase relationship. Special attention is attached to rail lines conditions equation to distributed-constant lines.

Keywords: voltage; current; phase; parameter; induction; capacity; resistance; rail line; long line.

Системы интервального управления движения поездов базируются на информации классификаторов состояний рельсовых линий, которые, в свою очередь, получают информацию о свободном, занятом, исправном или неисправном состояниях рельсовых линий, от рельсовых цепей – датчиков первичной информации.

Рельсовые линии магистральных железных дорог являются чувствительным элементом датчиков первичной информации и представляются в виде двухпроводных линий с распределенными параметрами. Электрические свойства рельсовых линий полностью характеризуются первичными параметрами. По физической природе параметры аналогичны параметрам колебательных контуров, составленных из элементов r, L, C . Различие заключается лишь в том, что в контурах эти параметры являются сосредоточенными, а в рельсовых линиях они равномерно распределены по всей длине.

Рассмотрим длинную линию, в которой в качестве проводников используются рельсы, и продольными параметрами являются удельное сопротивление и индуктивность рельсовой петли, а в качестве поперечных параметров выступают проводимость между рельсами и емкость между ними. Удельные параметры r и L продольной цепи образуют полное сопротивление рельсовой петли $Z_0 = r + j\omega L$, а удельные параметры g и C (поперечные) – полную проводимость междорельсовой изоляции $Y_0 = g + j\omega C$. Из указанных четырех параметров лишь r и g обуславливают потери энергии: первый – тепловые потери в рельсах и других металлических частях; второй – потери в изоляции.

Бесконечно малый участок рельсовой линии в соответствии с теорией электрических цепей представляется принципиальной схемой, изображенной на рис. 1.

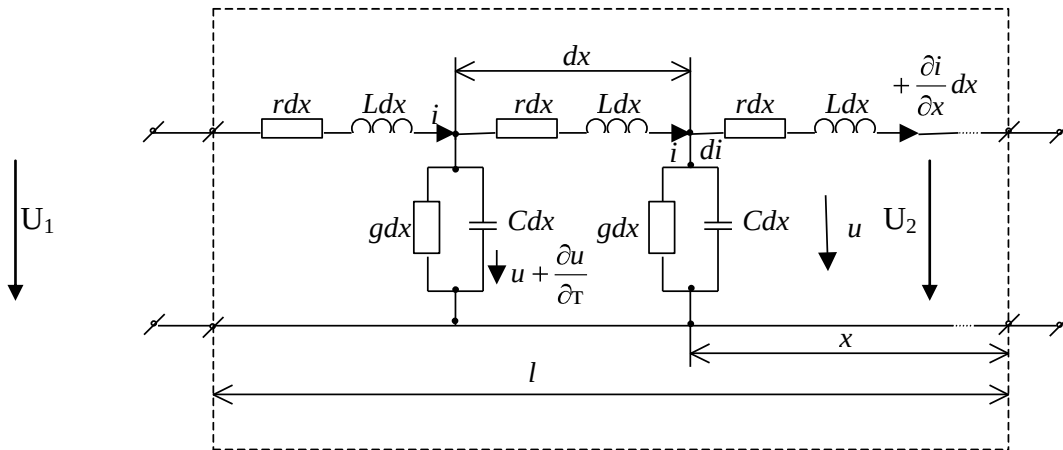


Рис. 1. Схема замещения дискретного участка рельсовой линии малой длины

Полагая, что на входе рельсовой линии действует источник гармонического напряжения, запишем следующие выражения для распределения напряжений и токов вдоль рельсовой линии (в дальнейшем для удобства будем использовать обозначения $U=U(x)$, $I=I(x)$)

$$-\frac{dU}{dx} = z_0 I \quad (1)$$

$$-\frac{dI}{dx} = Y_0 U \quad (2)$$

где $\frac{dI}{dx}$ - скорость изменения тока в направлении x ;

$\frac{dU}{dx}$ - скорость изменения напряжения в направлении x .

Комплексные параметры рельсовой линии на единицу длины имеют вид

$$z_0 = z_0 e^{j\varphi} = r + j\omega L \text{ Ом/км}, \quad Y_0 = Y_0 e^{j\varphi} = g + j\omega C \text{ См/км} \quad (3)$$

Для решения уравнений (1 и 2) относительно U и I исключается ток из первого уравнения, взяв первую производную

$$-\frac{d^2 U}{dx^2} = \frac{dI}{dx}(r + j\omega L),$$

и подставим в это выражение (2), тогда

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = U(r + j\omega L)(g + j\omega C).$$

$$\text{Обозначим } \gamma = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)}, \quad (4)$$

и получим

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = \gamma^2 U.$$

Общее решение приведенного уравнения можно записать в виде суммы прямых (падающих) и обратных (отраженных) бегущих волн с напряжением

$$U = U_{\text{пр}} + U_{\text{обр}} = A_1 e^{j\gamma x} + A_2 e^{-j\gamma x}. \quad (5).$$

Дифференцируя полученное уравнение, получим выражение

$$\frac{dU}{dx} = A_1 \gamma e^{\gamma x} - A_2 \gamma e^{-\gamma x} = \gamma (A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x}).$$

Подставим это уравнение в (1) и получим

$$I(r + j\omega L) = \gamma (A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x}) \text{ или, обозначив}$$

$$z_g = \frac{r + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega C}}, \quad (6)$$

найдем

$$I z_g = -A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \quad (7)$$

Таким образом, имеем два уравнения (5) и (6) с двумя неизвестными A_1 и A_2 . Для их определения воспользуемся значениями тока и напряжения в начале рельсовой линии (при $x = 0$) U_1 и I_1 . Тогда уравнения (5) и (7) примут вид

$$U = A_1 + A_2; \quad I_1 z_g = -A_1 + A_2$$

Отсюда

$$A_1 = \frac{U_1 - I_1 z_g}{2}; \quad A_2 = \frac{U_1 + I_1 z_g}{2} \quad (8)$$

Подставляя (8) в (5) и (7), получим

$$U = \left(\frac{U_1 - I_1 z_g}{2}\right) e^{\gamma x} + \left(\frac{U_1 + I_1 z_g}{2}\right) e^{-\gamma x}$$

$$I_1 z_g = \left(\frac{U_1 - I_1 z_g}{2}\right) e^{\gamma x} + \left(\frac{U_1 + I_1 z_g}{2}\right) e^{-\gamma x}$$

$$\text{С учетом того, что } ch \gamma x = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \text{ и } sh \gamma x = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}, \text{ получим значения}$$

напряжения U_x и тока I_x в любой точке рельсовой линии x

$$U_x = U_1 ch \gamma x - I_1 z_g sh \gamma x, \quad I_x = I_1 ch \gamma x - \frac{U_1}{z_g} sh \gamma x \quad (9)$$

В конце линии, при $x = l$ имеем

$$U_l = U_1 ch \gamma l - I_1 z_g sh \gamma l, \quad I_l = I_1 ch \gamma l - \frac{U_1}{z_g} sh \gamma l \quad (10)$$

В рельсовых цепях, как правило, известны величина сопротивления нагрузки (реле), а также величина напряжения U_2 или тока I_2 его срабатывания.

Зависимость напряжения и тока в начале рельсовой линии от напряжения U_2 и тока I_2 в ее конце находится решением системы (10) относительно U_1 и I_1

$$U_1 = U_2 ch \gamma l + I_2 z_g sh \gamma l, \quad I_1 = I_2 ch \gamma l + \frac{U_2}{z_g} sh \gamma l \quad (11)$$

Уравнения (9 - 11) представлены в общем виде и устанавливают взаимную связь токов и напряжений с параметрами линии r , L , C и g или γ и z_g и позволяют определить напряжения и токи в произвольной координате при любой длине рельсовой линии в зависимости от значений напряжений и токов в начале или в конце ее. Эти уравнения справедливы при любых нагрузках (z_0 и z_n) на концах рельсовой линии.

$$\gamma = a + jb = \sqrt{(r_0 + j\omega L_0)(\rho_0 + j\omega C_0)} \quad (12)$$

$$a = \sqrt[4]{(r_0 \rho_0 - \omega^2 L_0 C_0)^2 + \omega^2 (r_0 C_0 + L_0 \rho_0)^2} \cdot \cos \left[\frac{1}{2} \arctg \frac{\omega(r_0 C_0 + L_0 \rho_0)}{r_0 \rho_0 - \omega^2 L_0 C_0} \right] \quad (13)$$

$$b = \sqrt[4]{(r_0 \rho_0 - \omega^2 L_0 C_0)^2 + \omega^2 (r_0 C_0 + L_0 \rho_0)^2} \cdot \sin \left[\frac{1}{2} \arctg \frac{\omega(r_0 C_0 + L_0 \rho_0)}{r_0 \rho_0 - \omega^2 L_0 C_0} \right] \quad (14)$$

$$z_{\varepsilon} = a_1 + j b_1 = \sqrt{(r_0 + j \omega L_0) / (\rho_0 + j \omega C_0)} \quad (15)$$

$$a_1 = \sqrt[4]{\frac{(r_0 \rho_0 + \omega^2 L_0 C_0)^2 + \omega^2 (r_0 C_0 - L_0 \rho_0)^2}{(\rho_0^2 + \omega^2 C_0^2)^2}} \cdot \cos \left[\frac{1}{2} \arctg \frac{\omega(r_0 \rho_0 - L_0 C_0)}{r_0 \rho_0 + \omega^2 L_0 C_0} \right] \quad (16)$$

$$b_1 = \sqrt[4]{\frac{(r_0 \rho_0 + \omega^2 L_0 C_0)^2 + \omega^2 (r_0 C_0 - L_0 \rho_0)^2}{(\rho_0^2 + \omega^2 C_0^2)^2}} \cdot \sin \left[\frac{1}{2} \arctg \frac{\omega(r_0 \rho_0 - L_0 C_0)}{r_0 \rho_0 + \omega^2 L_0 C_0} \right] \quad (17)$$

r_0, L_0, ρ_0, C_0 – первичные параметры рельсовой линии на частоте сигнального тока

l – длина рельсовой линии, км.

При частоте сигнального тока менее 75 Гц в установившемся процессе величина C_0 мала и ею можно пренебречь [1]. В этом случае соотношения (13), (14), (16), (17) принимают вид:

$$a = \sqrt[4]{(r_0 \rho_0)^2 + (\omega L_0 \rho_0)^2} \cdot \cos \left[\frac{1}{2} \arctg \frac{\omega L_0}{r_0} \right] \quad (18)$$

$$b = \sqrt[4]{(r_0 \rho_0)^2 + (\omega L_0 \rho_0)^2} \cdot \sin \left[\frac{1}{2} \arctg \frac{\omega L_0}{r_0} \right] \quad (19)$$

$$a_1 = \sqrt[4]{\frac{(r_0 \rho_0)^2 + (\omega L_0 \rho_0)^2}{\rho_0^2}} \cdot \cos \left[\frac{1}{2} \arctg \frac{\omega L_0}{r_0} \right] \quad (20)$$

$$b_1 = \sqrt[4]{\frac{(r_0 \rho_0)^2 + (\omega L_0 \rho_0)^2}{\rho_0^2}} \cdot \sin \left[\frac{1}{2} \arctg \frac{\omega L_0}{r_0} \right] \quad (21)$$

В общем случае рельсовую линию с распределенными параметрами можно рассмотреть как четырехполюсник. Этот четырехполюсник может находиться в режимах произвольной нагрузки или продольной, или поперечной несимметрии в зависимости от класса состояний: рельсовая линия свободна или занята или неисправна [2, 3].

На рис. 2 представлена схема замещения рельсовой цепи синусоидального тока в нормальном режиме, в которой рельсовая линия рассматривается как четырехполюсник с распределенными параметрами

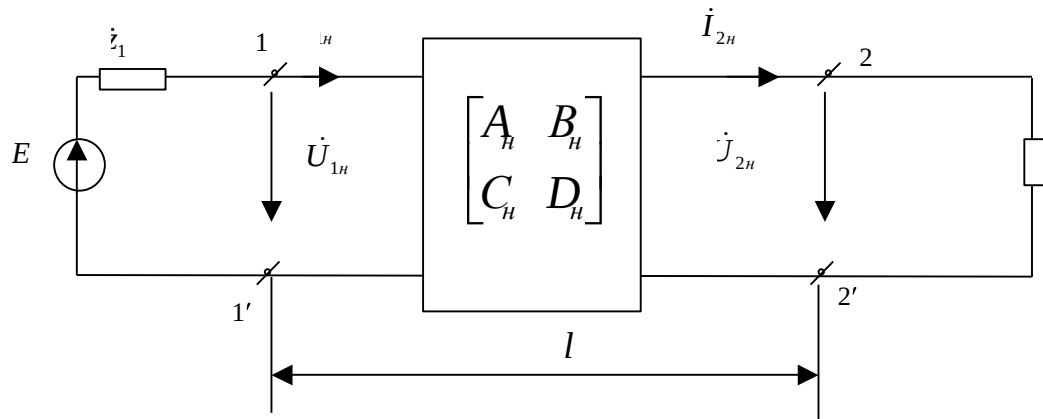


Рис. 2. Схема замещения рельсовой цепи синусоидального тока в классе свободного состояния рельсовой линии

$$z_1 = a_2 + jb_2 - \text{ограничительное сопротивление} \quad (22)$$

$$z_2 = a_3 + jb_3 - \text{сопротивление нагрузки} \quad (23)$$

$$A_n = D_n = a_4 + jb_4 = ch\gamma l, \quad (24)$$

$$\text{где } a_4 = \frac{1}{2}(e^{al} + e^{-al})\cos bl, \quad b_4 = \frac{1}{2}(e^{al} - e^{-al})\sin bl$$

$$B_n = a_5 + jb_5 = z_e ch\gamma l, \quad (25)$$

$$\text{где } sh\gamma = a_6 + jb_6,$$

$$a_6 = \frac{1}{2}(e^{al} - e^{-al})\cos bl, \quad b_6 = \frac{1}{2}(e^{al} - e^{-al})\sin bl$$

$$a_5 = a_1 a_6 - b_1 b_6, \quad b_5 = a_1 b_6 + b_1 a_6$$

$$C_n = a_7 + jb_7 = \frac{1}{z_e} sh\gamma l, \quad (26)$$

$$\text{где } a_7 = \frac{a_1 a_6 - b_1 b_6}{a_1^2 + b_1^2}, \quad b_7 = \frac{a_1 b_6 - b_1 a_6}{a_1^2 + b_1^2}$$

Для схемы рис.2 справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1n} &= A_n \dot{U}_{2n} + B_n \dot{I}_{2n} \\ \dot{I}_{1n} &= C_n \dot{U}_{2n} + D_n \dot{I}_{2n} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\dot{U}_{1n} = \dot{E} - \dot{I}_{1n} z_1$$

$$\dot{U}_{2n} = \dot{I}_{2n} z_2$$

Из (27) следует, что

$$\dot{U}_{2n} = \dot{E} \frac{z_2}{z_1(C_n z_2 + D_n) + A_n z_2 + B_n}, \quad (28)$$

$$\dot{I}_{2n} = \dot{E} \frac{1}{z_1(C_n z_2 + D_n) + A_n z_2 + B_n}, \quad (29)$$

$$\dot{U}_{1н} = \dot{E} \frac{A_n z_2 + B_n}{A_n \dot{z}_2 + B_n + C_n \dot{z}_1 \dot{z}_2 + D_n \dot{z}_1}, \quad (30)$$

$$\dot{I}_{1н} = \dot{E} \frac{C_n z_2 + D_n}{A_n \dot{z}_2 + B_n + C_n \dot{z}_1 \dot{z}_2 + D_n \dot{z}_1}. \quad (31)$$

С учетом (22) - (31) математические модели порождения образов в классе свободного и исправного состояний рельсовых линий имеют вид (начальная фаза источника питания принята равной нулю):

$$U_{2н} = \sqrt{\frac{a_3^2 + b_3^2}{M^2 + N^2}}, \quad (32)$$

$$\varphi_{2н} = \arctg\left(\frac{b_3}{a_3}\right) - \arctg\left(\frac{N}{M}\right), \quad (33)$$

$$I_{2н} = \frac{E}{\sqrt{M^2 + N^2}}, \quad (34)$$

$$\psi_{2н} = -\arctg\left(\frac{N}{M}\right), \quad (35)$$

$$U_{1н} = E \sqrt{\frac{(a_3 a_4 - b_3 b_4 + a_5)^2 + (a_4 b_3 + a_2 b_4 + b_5)^2}{T^2 + S^2}}, \quad (36)$$

$$\varphi_{1н} = \arctg\left(\frac{b_5 + a_4 b_3 + a_3 b_4}{a_5 + a_3 a_4 - b_3 b_4}\right) - \arctg\left(\frac{S}{T}\right), \quad (37)$$

$$I_{1н} = \frac{E}{\sqrt{\frac{(a_4 + a_3 a_7 - b_3 b_7)^2 + (b_4 + b_2 a_7 + a_3 b_7)^2}{T^2 + S^2}}}, \quad (38)$$

$$\psi_{1н} = \arctg\left(\frac{b_4 + b_2 a_7 + a_3 b_7}{a_4 + a_3 a_7 - b_3 b_7}\right) - \arctg\left(\frac{S}{T}\right), \quad (39)$$

где $M = a_2(a_3 a_7 - b_3 b_7 + a_4) - b_2(b_4 + a_7 b_3 + a_3 b_7) + a_3 a_4 - b_3 b_4 + a_5$,

$N = b_2(a_3 a_7 - b_3 b_7 + a_4) + a_2(b_4 + a_7 b_3 + a_3 b_7) + a_4 b_3 - a_3 b_4 + b_5$;

$T = a_3 a_4 - b_3 b_4 + a_5 + a_3(a_2 a_7 - b_2 b_7) - b_3(b_2 a_7 + a_2 b_7) + a_2 a_4 - b_2 b_4$;

$S = a_4 b_3 + a_3 b_4 + b_5 + b_3(a_2 a_7 - b_2 b_7) - a_3(b_2 a_7 + a_2 b_7) + b_2 a_4 + a_2 b_4$.

В (32) – (39) E , $U_{1н}$, $I_{1н}$, $U_{2н}$, $I_{2н}$, $\varphi_{1н}$, $\varphi_{2н}$, $\psi_{1н}$, $\psi_{2н}$ – соответственно амплитуды источника питания, напряжений и токов на входе и выходе рельсовой линии, их начальные фазы, составляющие образы состояний рельсовых линий. Соотношения (32) – (39) с учетом (12) – (26) позволяют получить множество образов состояний рельсовой линии в классе свободного состояния (входной алфавит нормального режима) $m_n \{U_{1н}, I_{1н}, \varphi_{1н}, \psi_{1н}, U_{2н}, I_{2н}, \varphi_{2н}, \psi_{2н}\}$, характеризующихся амплитудами и начальными фазами токов и напряжений на входе и выходе рельсовой линии при различных значениях ее первичных параметров и сопротивлений по концам.

Примечания:

1. Брылеев А.М., Кравцов Ю.А., Шишляков А.В. Теория, устройство и работа рельсовых цепей. М.: Транспорт, 1978. 344 с.

2. Тарасов Е.М. Принципы распознавания в классификаторах состояний рельсовых линий. М.: «Маршрут», 2003. 156 с.

3. Тарасов Е.М., Васин Н.Н. Принципы построения и реализация инвариантности в классификаторах состояний линий с распределенными параметрами // Инфокоммуникационные технологии. 2004. № 3. С. 37–40.

УДК 656.259

Разработка математических моделей порождения информативных признаков состояний рельсовых линий

Евгений Михайлович Тарасов

Самарская академия государственного и муниципального управления, Россия
443084, Самарская область, г. Самара, ул. Стара-Загора, 96
Доктор технических наук, профессор
E-mail: smimnauka@yandex.ru

Аннотация: В статье рассматриваются вопросы разработки математических моделей рельсовых цепей-датчиков первичной информации о состоянии рельсовых линий. Уделено внимание уравнению состояний рельсовых линий как линий с распределенными параметрами. Получены уравнения математических моделей в виде состояний, описывающих напряжения и токи на входе и выходе рельсовых линий, а также их фазовые соотношения.

Ключевые слова: напряжение; ток; фаза; параметр; индуктивность; емкость; сопротивление; рельсовая линия; длинная линия.