08.00.00 Economic Sciences

08.00.00 Экономические науки

UDC 51/51-7

THE MODEL OF MARKET EQUILIBRIUM UNDER CONDITIONS OF HYSTERESIS DEMAND FUNCTION

[1] Elena A. Abopolova
[2] Maxim Yu. Mishin
[3] Michael E. Semenov

[1] Staryj Oskol branch Belgorod State University
Senior Lecturer
[2] Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering
84, 20-letija Oktjabrja street, Voronezh, 394006
PhD Student 1st year
E-mail: mo1ester@yandex.ru
[3] Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering
84, 20-letija Oktjabrja street, Voronezh, 394006
Professor

This work describes the model of demand function, which takes into account hysteresis effects. The process of pricing equilibrium under conditions of hysteretic behavior of the customers is considered.

Keywords: hysteretic transformer, Preisach-type transformer, consumer demand modeling, sales function, supply function, power distribution over technologies, pricing model.

Одним из подходов к решению задачи построения экономической стратегии крупного производителя является моделирование процесса производства и потребления продукции. При этом одни из важных аспектов исследования экономических процессов связаны с поведением экономических агентов в окрестности равновесных состояний. Современные исследования показывают, что состояние экономической системы в фиксированный момент времени зависит не только от значений параметров в этот момент, но и от их значений в предыдущие моменты. Эту особенность экономических систем отразим в соответствующих моделях.

Наиболее подходящими для решения поставленной задачи являются преобразователи гистерезисной природы, определенные на пространстве непрерывных функций, динамика которых описывается соотношениями: вход – состояние и состояние – выход. Это объясняется тем, что по своей природе гистерезисные преобразователи учитывают инерционность соответствующих процессов.

Применим модификацию преобразователя неидеального реле для моделирования потребительского спроса. Пусть функция спроса $P(t)$ зависит в момент времени t только от цены $c(t)$ следующим образом. Отношение индивидуального потребителя к некоторому товару определим функцией $R(c(t))$, принимающей значения 0 или 1 по правилу:

$$R(c(t)) = \begin{cases} 1, & если \quad c(t) \le \alpha(t), \\ 0, & если \quad c(t) \ge \beta(t), \\ 1 \quad или \quad 0, & если \quad \alpha(t) < c(t) < \beta(t). \end{cases} \quad (1)$$

Функцию $R(c(t))$ будем трактовать как выход некоторого преобразователя $R[\alpha(t), \beta(t), R_0]$, аналогичного неидеальному реле [2] с инверсией роли пороговых чисел α, β, на вход которого поступает сигнал $c(t)(t \ge 0)$.

Если обозначить через γ_i темп покупок i-го потребителя $(i = 1, 2 \ldots n)$, то для системы из n любых потребителей функция продаж будет иметь вид:

$$P(c(t)) = \sum \gamma_i R[\alpha_i(t), \beta_i(t), R_{0i}]c(t), \quad (2)$$

где $R_0 \in \{0,1\}$ — начальное состояние преобразователя.

В континуальном случае функция продаж будет аналогична преобразователю Прейсаха с инверсией нулей и единиц т.е.

$$P(c(t)) = \int_{\alpha \le \beta} \omega(\alpha(t), \beta(t), t) d\mu(t), \quad (3)$$

где $\omega(\alpha(t), \beta(t), t) = \Gamma[\omega_0(\alpha, \beta)]c(t) = R[\alpha(\gamma, t), \beta(\gamma, t), R_0(\gamma)]c(t)$, $\gamma \in P_{\alpha, \beta}$ (4)

Континуальный аналог преобразователя Прейсаха учитывает возможность изменения индивидуальных отношений потребителя к товару. Этим возможным изменениям в модели соответствует зависимость меры μ от времени.

Следуя классическим построениям [1] предположим, что производители предлагают товар, ориентируясь на «предыдущую» цену c_{n-1}, и продают его по «нынешней» c_n. Потребители готовы покупать товар, ориентируясь на предыдущую цену c_{n-1}. Тогда равновесие спроса и предложения определяется соотношением:

$$c_n q(c_{n-1}) = c_{n-1} q(c_{n-1}). \quad (5)$$

В [4] показано, что функция предложения определяется следующим образом:

$$g(c_{n-1}, t) = \int_{\nu}^{c_{n-1}/s} \xi(\lambda, t) d\lambda, \quad (6)$$

где t – «медленное время», соответствующее процессам изменения производственных мощностей, а n – дискретное «быстрое время», соответствующее процессам изменения цены, а $\xi = \xi(\lambda, t)$ – гладкая функция распределения мощностей по технологиям производства.

Зная начальное распределение мощностей по технологиям $\xi(\lambda, \tau_0)$ и динамику строительства новых $I(\lambda)$ за период $\tau_0 \le t \le \tau$, можно однозначно определить распределение мощностей по технологиям $\xi(\lambda, t)$ и функциям предложения $g(p, t)$ при $\tau_0 \le t \le \tau$.

Введем обозначения:

$$x_n = \frac{s\nu}{p_n}, \quad \alpha = \frac{\gamma + \mu}{\mu} \ge 1, \quad A(t) = \frac{M(t)}{P(c)}, \quad (7)$$

где $P(c)$ определяется как выход преобразователя (3)–(4) в момент t = 1, на вход которого поступает сигнал

$$\varphi(t) = tc_n + (1 - t)c_{n-1}, \quad (8)$$

т.е. линейная функция, соединяющая предыдущее и нынешнее значение цены.

Тогда с учётом (5)–(8) получаем:

$$x_n = A(t)x_{n-1}(1 - x_{n-1}^{\alpha}). \qquad (9)$$

Естественно предполагать, что наилучшая технология неубыточна, т.е. $x_n = s\nu / c_n \le 1$. Тогда $0 \le x_n \le 1$. Для того чтобы отображение (9) переводило отрезок $[0, 1]$ в себя, необходимо и достаточно, чтобы

$$0 \le A(t) \le \frac{(1+\alpha)^{(1+\alpha)/\alpha}}{\alpha} = A_M(\alpha). \qquad (10)$$

Рассмотренная выше модель ценообразования $x_{n+1} = f(x_n, A, \alpha)$, где $f(x, A, \alpha) = Ax(1 - x^{\alpha})$, по заданному начальному условию x_0 однозначно определяет бесконечную траекторию $x_0, x_1, \ldots, x_n, \ldots$ Ввиду принятой гипотезы о разделении времен представляет содержательный интерес изучение асимптотического (при $n \to \infty$) поведения цены.

Если $0 \le A < 1$, то при любом начальном условии x_0 траектория системы (9) стремится к 0. С содержательной точки зрения $0 \le A < 1$ означает, что производственных мощностей не хватает для удовлетворения спроса, при этом цена товара стремится к $+\infty$. При $A = 1$ происходит бифуркация, в результате которой неподвижная точка $x = 0$ становится неустойчивой, и рождается устойчивая (при A, близких к 1) неподвижная точка $x_p(A, \alpha)$, соответствующая единственному устойчивому равновесию спроса и предложения. При $2 < A < A_{\infty}$ устойчивых равновесных состояний может быть несколько (см [1]), число их удваивается при достижении $A(t)$ бифуркационных значений.

При $A > A_{\infty}$ последовательность (10) не имеет устойчивых неподвижных точек. Тогда динамика изменения цен в рамках сделанных модельных предположений соответствует «детерминированному хаосу».

Примечания:

1. Жак С.В. Экономика для инженеров. Учебное пособие. М.: Вузовская книга, 2004. С. 52–57.
2. Красносельский М.А. Системы с гистерезисом / М.А. Красносельский, А.В. Покровский. М.: Наука, 1983. 271 с.
3. Самарский А.А. Математическое моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах / Под ред. А.А. Самарского, Н.Н. Моисеева, А.А. Петрова. М.: Наука, 1986. С. 7-196.
4. Оленов Н.Н. Модель инвестиционной политики фирм в экономической системе рыночного типа / Н.Н. Оленов, И.Г. Поспелов. М.: Наука, 1983. С. 164-174.
5. Параев Ю.И. Решение задач об оптимальном производстве, хранении и сбыте товара // Известия академии наук. Теория и системы управления, 2000. №2. С. 103-117.
6. Семенов М.Е. Математическое моделирование устойчивых периодических режимов в системах с гистерезисными нелинейностями. Воронеж: Издательство ВГУ, 2002. 104 с.
7. Шананин А.А. О стохастическом поведении цены в одной детерминированной модели ценообразования // Докл. АН СССР. 1986. Т. 288. №1. С. 63-65; Брюна Э. Российская экономика: модернизация, кризис и геоэкономика // Вестник СГУТиКД. 2010. № 3. С. 26–38.
8. Шананин А.А. Об устойчивости Рыночных механизмов // Математическое моделирование. 1991. Т.3. №2. С. 42-62.

9. Шумпетер И. Теория экономического развития // Теория экономического развития: Пер. с нем. / Под ред. А.Г. Малейковского. М.: Прогресс, 1982. 456 с.
10. Hicks J.R. A contribution to the theory of the trade cycle (Oxford university press, Oxford), 1950. 245 s.
11. Puu T. A simplified model of spatiotemporal population dynamics, Environment and planning 17, 1985. S. 1269-1269.
12. Puu T. and Weidlich, W., The stability of hexagonal tessellations, Karlsruhe papers in economic policy research 3, 1986. S. 133-158.

УДК 51/51-7

МОДЕЛЬ РЫНОЧНОГО РАВНОВЕСИЯ В УСЛОВИЯХ ГИСТЕРЕЗИСНОЙ ФУНКЦИИ СПРОСА

[1] Елена Александровна Абополова
[2] Максим Юрьевич Мишин
[3] Михаил Евгеньевич Семенов

[1] Старооскольский филиал Белгородского государственного университета
09530, Белгородская область, г. Старый Оскол, м-н Солнечный, 19
Старший преподаватель
[2] Воронежский государственный архитектурно-строительный университет
394006, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84
Аспирант 1-го года обучения
E-mail: mo1ester@yandex.ru
[3] Воронежский государственный архитектурно-строительный университет
394006, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84
Профессор

В работе приводится модель функции спроса, учитывающая гистерезисные эффекты. Рассматривается процесс равновесного ценообразования в условиях гистерезисного поведения потребителей.

Ключевые слова: гистерезисные преобразователи, преобразователь Прейсаха, моделирование потребительского спроса, функция продаж, функция предложения, распределение мощностей по технологиям, модель ценообразования.